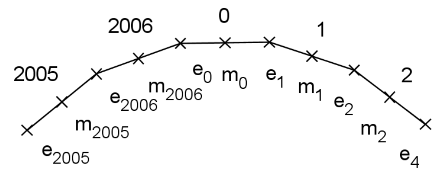
Es soll eine solche Verteilung vorgestellt werden:
Dazu nummeriere man die Seiten des 2007-Ecks im Uhrzeigersinn aufsteigend von 0 bis 2006. m_i bezeichne dabei die Zahl, die am Mittelpunkt der i-ten Seite steht. e_i bezeichne dabei die Zahl, die an der Ecke vor dem Mittelpunkt (im Uhrzeigersinn) steht, und e_{i+1} die danach. Außerdem sei mit e_{2007} die gleiche Eckzahl wie durch $e_1$bezeichnet.
Betrachte man folgende Regeln zur Zuordnung der Zahlen:

$$\begin{aligned} n &:= 2007 \text{ und } i \in \{0, 1, \ldots, 2006\} \\ m_i &= 2n - 2i = 2\,(n-i) \\ e_i &= n + i \text{ für gerade } i\text{'s} \\ e_i &= i \text{ für ungerade } i\text{'s} \end{aligned}$$



Es ist notwendig zu zeigen, dass durch diese Regeln alle 4014 Zahlen $(1, 2, \ldots, 4014)$ eindeutig verteilt werden:

Dazu muss man zeigen, dass sich jede Zahl x zwischen 1 und 4014 eindeutig entweder einem bestimmten e_i oder m_i zuordnen lässt.
Als erstes kann man feststellen, dass m_i für ganzzahlige n, i nur geradzahlige Werte annehmen kann. Gleichfalls kann man folgern, dass e_i für ungerade i's nur ungerade Zahlen ≤ 2005 annehmen kann und für gerade i's auch nur ungerade Zahlen $\geq 2007 + 0 = 2007$ annehmen kann $(n \equiv 1\,(\text{mod}2) \wedge i \equiv 0(\text{mod}2) \implies n + i \equiv 0 + 1 \equiv 1(\text{mod}2))$.

Sei also $x \in \mathbb{N}, x \leq 4014$

1. x ist ungerade

   (a) $x < 2007$
   x kann nur einem e_i mit ungeradzahligem i zugeteilt sein.

   $$\begin{aligned} x = i &\iff i = x \\ x < 2007 &\iff i \leq 2006 \\ x \geq 1 &\iff i \geq 1 \end{aligned}$$

   (b) $x \geq 2007$
   x kann nur einem e_i mit geradzahligem i zugeteilt sein.

   $$\begin{aligned} x = n + i &\iff i = x - n \\ x \geq 2007 &\iff i = x - n \geq 0 \\ x \leq 4013 &\iff i = x - n \leq 2006 \end{aligned}$$

2. x ist gerade

   x kann nur einem m_i zugeteilt sein.

   $$\begin{aligned} x = 2(n-i) &\iff i = n - \frac{x}{2} \\ x \leq 4014 &\iff -2007 \leq -\frac{x}{2} \implies 2007 - 2007 = 0 \leq i \\ x \geq 2 &\iff -1 \geq -\frac{x}{2} \implies 2007 - 1 = 2006 \geq i \end{aligned}$$

Damit ist gezeigt, dass jede Zahl zwischen 1 und 4014 eindeutig genau einer Ecke oder Seitenmitte zugeordnet werden kann, mit einem i das sich im gültigen Bereich zwischen 0 und 2006 befindet.

Es muss natürlich auch noch überprüft werden, ob diese Zuordnungsvorschrift auch die Bedigung $e_i + m_i + e_{i+1} = konst$ erfüllt:

$$e_i + m_i + e_{i+1} = \begin{cases} 2 \nmid i \implies i + 2(n-i) + (n + (i+1)) = \\ \qquad i + 2n - 2i + n + i + 1 = 3n + 1 \\ 2 \mid i \implies (n+i) + 2(n-i) + (i+1) = \\ \qquad n + i + 2n - 2i + i + 1 = 3n + 1 \end{cases}$$

D.h. die Summe der beiden Eckpunkte einer Seite, sowie ihrer Seitenmitte ist immer konstant $3 \cdot 2007 + 1 = 6022$. Damit ist gezeigt, dass eine solche Verteilung der Zahlen möglich ist.